



L'impossible surveillance générale

Jean-Paul Delahaye¹

La rubrique « Récréation informatique » propose une petite énigme algorithmique ou sur un thème de mathématiques discrètes susceptible d'intéresser un lecteur de 1024. La solution est donnée dans le numéro suivant.

Rappel et solution du problème précédent

LE PROBLÈME DES TROIS CARTES

Le présentateur met trois cartes dans un chapeau. La première carte est rouge sur ses deux faces (*RR*), la seconde blanche sur ses deux faces (*BB*), la troisième rouge d'un côté et blanche de l'autre (*RB*).

Le présentateur demande à une personne qui a les yeux bandés de prendre une carte du chapeau, de la sortir en n'en montrant qu'une face au hasard. La face montrée est rouge. On s'intéresse alors à la couleur non visible de la carte choisie.

Le présentateur vous propose un pari sur la couleur de la face non visible de la carte choisie : il vous donnera cinq euros si la couleur choisie est blanche, vous lui donnerez quatre euros si elle est rouge. Est-il dans votre intérêt de parier ?

Vous vous dites : « La carte choisie est l'une des cartes *RR* ou *RB*. Si c'est la première, la face cachée est rouge, si c'est la seconde la face cachée est blanche. La carte choisie a été tirée au hasard, il y a donc une chance sur deux que ce soit l'une ou l'autre, et donc que je gagne. Le pari proposé m'est donc favorable. J'accepte. »

1. Professeur émérite, université de Lille, campus scientifique, CRISTAL UMR CNRS, 9189 Centre de recherche en informatique signal et automatique de Lille, bâtiment ESPRIT, 59655, Villeneuve d'Ascq Cedex France. E-mail : jean-paul.delahaye@univ-lille.fr.

Vous avez tort d'accepter. Pourquoi ?

SOLUTION.

Merci à Ronan Jahier, Éléonore Batto et Éric Wegrzynowski pour les bonnes réponses envoyées.

Il y a six faces possibles : R_1, R_2 pour la première carte, B_1, B_2 , pour la seconde carte, R_3, B_3 pour la troisième carte. Le tirage a consisté à choisir une carte au hasard, puis à choisir une face au hasard. Le tirage est donc équivalent à choisir une face au hasard parmi $R_1, R_2, B_1, B_2, R_3, B_3$. Chacun des choix est équivalent et a donc une probabilité de $\frac{1}{6}$ de survenir. L'information dont je dispose est que je suis dans l'un des cas R_1, R_2 ou R_3 ; chacun ayant la même probabilité de survenir qui est donc $\frac{1}{3}$. Si je suis dans le cas R_1 , l'autre face de la carte est R_2 , donc rouge. Si je suis dans le cas R_2 , l'autre face de la carte est R_1 , donc rouge. Si je suis dans le cas R_3 , l'autre face de la carte est B_3 donc blanche. Il y a donc deux chances sur trois pour que l'autre face soit rouge. Le présentateur à deux chances sur trois de gagner, je n'ai pas intérêt à accepter son pari.

Si vous doutez de cette solution, faites un programme qui simule le tirage au sort de la carte, puis de la face et ne retenez que les cas où la face choisie est rouge. En faisant la simulation un grand nombre de fois, comptez le nombre de fois où la face cachée de la carte choisie est rouge [1].

Nouveau problème

L'IMPOSSIBLE SURVEILLANCE GÉNÉRALE

Les citoyens d'un régime totalitaire doivent se surveiller mutuellement. On suppose que la distance entre deux citoyens n'est jamais la même, ce qui est une situation probable si on mesure les distances avec une grande précision. Le dictateur veut que chaque citoyen soit surveillé par au moins un autre. Parce que c'est plus efficace et simple à mettre en place, chaque citoyen surveille le citoyen le plus proche de lui. Il y a un nombre impair de citoyens.

Montrez qu'un citoyen au moins n'est surveillé par personne... et peut donc engager la lutte contre le dictateur sans être pris.

Envoyez vos réponses à jean-paul.delahaye@univ-lille.fr. Les noms des premiers lecteurs à me donner la bonne réponse (et à la justifier) seront mentionnés dans le prochain numéro de 1024.

Références

- [1] Steven Pinker *Rationalité*. Editions Les Arènes, Paris, 2021.