



Cours toujours

Fabien Gandon¹

*« Pour comprendre la récursivité,
il faut avant tout...
comprendre la récursivité. »*
— Stephen Hawking

Mes anciens collègues sont partis et je reste assis dans ce rocking chair qu'ils m'ont offert ; prostré entre photo d'adieu et cliché de retraite. Mais il était temps que l'on me retire la craie et l'éponge car je commençais à les confondre avec le sabre et le bouclier. Ne vous méprenez pas, je ne compte pas encore d'Alzheimer dans mon carnet de contacts. J'étais juste devenu trop critique pour une formation uniforme, trop singulier pour l'éducation en série, et trop amer pour accepter sans mot dire la suite des événements.

Hmmm...

Série et suite... Deux petites madeleines pour le « prof. d'info. » que j'étais. Et dire que Proust, dans ses brouillons, parlait d'une vulgaire tranche de pain grillé... ce carré rassis et fruste incomparable aux belles courbes lisses des madeleines.

« Voyez-vous », m'avait dit l'inspecteur à sa dernière visite « vous êtes à cet âge où vous avez l'expérience qui légitimerait que l'on vous donne les moyens de changer le système ; mais vous êtes aussi trop vieux pour être... comment dire... contrôlable. »

1. Directeur de recherche, Inria Sophia Antipolis, responsable de l'équipe Wimmics (Université Côte d'Azur, Inria, CNRS, I3S), représentant Inria au W3C (World Wide Web Consortium), Fabien.Gandon@inria.fr — <http://fabien.info>.

Je n'avais rien trouvé à répondre au cynisme de la langue administrative qui me parlait, peut-être aussi par lâcheté puisqu'elle allait de pair avec la main qui me notait une dernière fois et fixerait, dans un jeu de dominos de formalités, le montant de ma retraite. Une dernière note, la note de bas de page, la page que l'on tourne.

Si vous m'interrogez sur les raisons de mon amertume, j'ouvrirais un inexhaustible filon de critiques. Mais, pour faire court, j'ai acquis la certitude que l'antonymie des termes « programmes » et « éducatifs » comme nous les pratiquons maintenant, découle essentiellement du fait que nous gavons les masses estudiantines de prêt-à-penser en espérant qu'elles développent par magie leur propre mode de pensée. Même en cours de philosophie, nous leur assénons des vérités formolées, dans des débats *pro forma* à lire pour lundi prochain, pour leur reprocher ensuite de ne pas avoir de sens critique. Un formatage systématique, comme si la connaissance était un plat qui se mange froid et sur le pouce.

Dans notre enseignement à la chaîne, il n'y a plus de place et surtout plus de temps pour l'expérience intime du jugement personnel. Cette petite extase à l'instant d'un nouveau discernement. La compréhension, avec son petit *shoot* de dopamine pure injectée au cœur du cerveau. Nous n'apprenons pas à savourer l'entendement ; après le *fast-food* nous avons créé le *fast-knowledge*, et donc après la *malbouffe*... la *malpensée*. Je ne pense pas qu'il faille tout accélérer ; les temps de réflexion existent pour de bonnes raisons. À cela s'ajoute le fait que, dans nos programmes éducatifs, la mémoire remplace souvent la compréhension ; l'appris a remplacé l'acquis ; nous programmons l'élève au lieu de son épanouissement. Comme un tableau d'Arcimboldo : la forme y est, mais au lieu d'une toile de connaissances délicatement tissée, la substance est le patchwork abscons du prêt-à-savoir. Franchement, c'est un miracle que l'imagination survive à cette broyeuse de créativité.

Moi ? Amer ? Oui, vous avez raison. Mais avouez que c'est à n'y rien comprendre : lorsque l'on considère que nous sommes incontestablement entrés dans une ère où les réseaux d'information sont omniprésents, s'il est bien une fonction humaine dont ces réseaux sont la prothèse c'est la mémoire et s'il est bien une fonction que nous devrions développer en regard, c'est la critique et l'analyse. Il est moins urgent d'apprendre à mémoriser que de cultiver la lecture et la pensée critiques.

Pour parachever ce « tableau noir », certains s'étonnent aussi que notre système produise des individualistes. Mais que sont une note et son bulletin, une moyenne générale et son classement, une diplomation et son major sinon des incitations formelles à l'individualisme ? Et ceci dès l'entrée à l'école. On devrait médaller les humanistes et les esprits d'équipe qui survivent à vingt années de système éducatif. Comme Hugo le fit dire à Pan, « *tout le mal vient de la forme (...) on fait du ténébreux avec du radieux.* »

Vous voyez, il était temps que l'on me retire la craie et l'éponge et que quelqu'un prenne ma suite.

Hmmm...

Série et suite... Mes « *math'leines* » de Proust en effet, une pépite dans mes souvenirs de toutes ces années d'enseignement. J'inaugure une nouvelle espèce de dinosaures : je suis l'un des premiers professeurs agrégés d'informatique à prendre sa retraite. Mais si vous m'accordez un instant de votre vie, je repousse de quelques minutes cette retraite et je vous donne un dernier cours. Je vous ramène au début de ma carrière et je vous parle de cette élève qui est maintenant l'une de mes nombreuses collègues quelque part en France et à laquelle je pense depuis que je me suis assis dans ce rocking chair.

* * *

Suite et série... Un commencement est un moment d'extrême délicatesse comme l'écrivit Frank Herbert. Il y a quelque chose de terrifiant et de vertigineux à considérer tout ce qui peut dépendre des conditions initiales... comme, par exemple, les répercussions des premiers jours sur toute une vie ou, plus à propos, la rencontre avec un professeur qui sera en charge de votre premier contact avec une matière. Sachez donc, qu'au début de ma carrière, j'étais un pur produit de cette institution nationale de bourrage des crânes ; tellement bien démoulé que j'étais passé de l'autre côté de l'autel pour prêcher à mon tour la bonne pensée. Et paradoxalement, après toutes ces années d'études, j'allais enfin me prouver par l'exemple que l'un des meilleurs moyens d'apprendre est d'avoir à enseigner. Je ne dis pas cela uniquement parce que ce que l'on conçoit bien s'énonce clairement, mais aussi parce que les meilleures leçons restent celles de la vie.

Imaginez. Il était 12h15. La cloche issue, nul n'en doutait, d'un lot d'alarmes de casernes de pompiers, signifia si délicatement la fin des cours qu'elle résumait à elle seule le respect de toute l'institution pour son corps enseignant et ses élèves. Je posai la craie sur le bord du tableau alors que la salle se vidait dans le brouhaha des froissements de sacs en toile synthétique, des stylos s'entrechoquant, des fermetures éclair brusquées, des chaises raclant le linoléum avec empressement, des piétinements, des conversations privées et ponctuées d'éclats de voix et de rires, d'interjections et d'interpellations. C'est un rituel où pendant quelques secondes je prenais avec sévérité toute l'ampleur de la simulation de l'attention des élèves, juste avant de me rappeler que, sur les bancs quelques années plus tôt, je ne me comportais pas mieux.

Cela faisait maintenant deux ans que j'enseignais les mathématiques et l'informatique au lycée Pothier d'Orléans. Plus précisément, j'étais fier d'être parmi les premiers à avoir bénéficié de l'arrêté du 17 mai 2021 qui inscrivit au Journal Officiel la création de l'agrégation d'informatique après celle, en 2020, de la section « numérique et sciences informatiques » du Capes. Je constatai avec résignation, qu'une fois de plus il y avait plus de craie sur mon pantalon et sur mes mains que sur le tableau mais je continuais à préférer cette salle ; l'une des dernières à n'avoir pas abandonné le tableau noir et sa craie pour un tableau blanc ou un tableau numérique. À chacun

ses TOC : certains s'obstinent à porter la cravate, d'autres restent des inconditionnels de la craie. Alors que je me retournai vers mon sac, je vis qu'une de mes élèves attendait à côté du bureau. Un sourire torve sous un regard condescendant, comme on les réussit si bien à l'adolescence, exprimait un verdict sans appel sur ma maîtrise du calcaire blanc.

Stéphanie Ga.... Gral... Glam.... Glarenrière ! Stéphanie Glarenrière. Je la regardais, l'invitant par mon insistance et un haussement de sourcils à expliquer ce qu'elle attendait.

— « *Je n'ai pas très bien compris ce que vous vouliez dire dans le 'grand I' du chapitre 5 'récursivité et récurrence'* » commença-t-elle sans préambule et avec au regard l'agressive assurance qui la caractérisait.

— ...

Je ne dis rien. Le silence est souvent une très bonne réplique initiale dans la maïeutique d'un dialogue pédagogique. C'est une invitation libre au développement et à l'approfondissement... mais je m'égare et, pour être honnête, d'un point de vue plus terre à terre le silence permet surtout de voir où l'autre veut en venir. Cette brillante élève était coutumière des séances vindicatives d'après cours où elle venait régler ses comptes avec ma pédagogie balbutiante. Et je savais déjà que le silence m'en dirait plus sur là où elle voulait vraiment en venir que toute question de ma part. C'est amusant de voir que le silence dans une conversation est si mal vécu dans nos sociétés occidentales occidentales là où, en orient, il est souvent la marque d'un temps de réflexion très respecté. Ici, il faut au plus vite le briser alors que là-bas il est précieux, cultivé et respecté. Mais laissons passer les anges et écoutons ce petit démon.

— « *Là!... voilà!* » dit-elle en se raidissant le doigt planté sur ses notes « *Vous dites qu'une suite peut être entièrement définie par la valeur de son premier terme ou condition initiale... sa première valeur quoi...* » elle ponctua son interjection d'un haussement de sourcil circonflexe qui accentuait tout le bien qu'elle pensait de ma formulation « *et par une relation de récurrence, c'est-à-dire une relation qui définit un nouveau terme de la suite, en fonction d'un ou plusieurs termes précédents* ». Elle haussa les deux sourcils à l'horizontale dans une profonde expiration pour souligner un soupir très explicite « *Par exemple... je pars du terme 1 et je dis que je multiplie le terme précédent par deux à chaque fois et j'obtiens 1, 2, 4, 8, 16, etc.* »

— ...

— « Puis vous embrayez en disant, je cite, qu'un algorithme récursif résout un problème en s'appelant lui-même pour calculer des solutions plus petites... »

Sur cette phrase, elle laissa tomber sa mâchoire en biais sur la gauche, baissant la tête et, dans un même geste, levant les yeux sur moi et au ciel pour exprimer une exaspération qu'un metteur en scène aurait qualifiée de surjouée, a minima. Mais

l'adolescence n'est-elle pas un grand surjeu de la vie pour mieux se préparer à la seule et unique représentation qui nous est offerte ?

Devant ce silence qui lui paru de trop, elle explosa... enfin.

— « *Franchement* » accusa-t-elle en relevant la commissure droite de ses lèvres « *Comment on peut imaginer quelque chose qui se répète de façon infinie en s'appuyant sur lui-même ? ! Ça n'existe pas ! C'est encore un truc complètement théorique !* »

Nous y étions. Là, j'aurais dû reprendre la formulation un peu obscure et l'éclaircir à la craie blanche. J'aurais dû m'asseoir, prendre ses notes, reformuler, traiter un ou deux exemples, puis revenir à l'idée générale par abstraction.

Mais quelque chose venait de se libérer dans mon cerveau. Comme une veine d'idées qui se serait ouverte et se déverserait dans une hémorragie d'intellection. Je savourais l'exquise sensation que l'on ressent lorsque l'on atteint une nouvelle compréhension, ce profond frisson de contentement qui nous parcourt lorsque nous faisons l'expérience kinesthésique d'une extension de notre entendement. Je me sentais loin des techniques pédagogiques qui demanderaient d'illustrer par l'exemple et cependant, à bien y réfléchir, j'en étais peut-être plus près que jamais.

L'étudiante arborait un sourire emprunt de moquerie, d'inquiétude et de doute devant mon air ahuri. Je lus dans son regard d'adolescente une oscillation entre la peur d'être témoin d'un AVC et la désespérance d'être face à un illuminé. Mais je savais très exactement ce que j'allais dire. Mot pour mot. Je savais la *suite*, et je connaissais ma *fonction*... prof d'info ($n - 1$). J'avais devant moi la vertigineuse et singulière expérience d'un éblouissant déjà-vu conçu et maintenu par une lignée d'initiés. J'avais soudain dans les mains le script et le scénario, de plusieurs instants clefs du passé et, je l'espérais, du futur.

— « *Le mot récurrence vient du latin recurrens* » commençais-je irrésistiblement « *qui signifie « qui revient en arrière ». Si vous avez cinq minutes, je vous raconte une histoire qui devrait vous faire comprendre les notions de récursivité et de récurrence* ».

— « *De toute façon maintenant il doit y avoir la queue à la cantine* » lâcha-t-elle comme une plainte résignée.

Une motivation aussi franche requérait une démonstration efficace et, surtout, rapide. Mais je n'avais rien d'autre à faire qu'un petit appel de mémoire sur un problème plus simple.

* * *

C'est une histoire vraie qui commence il y a maintenant quelques années. A l'époque j'étais élève au lycée. Mon professeur de mathématiques et d'informatique, M. Suillereaux, était un jovial barbu ventripotent passionné de ces deux matières,

qui à l'époque, étaient administrativement liées. Il était contagieux dans son enthousiasme, et c'est sans doute grâce à lui que je me suis passionné pour ces matières.

La récursivité et la récurrence sont des notions qui, je l'accorde, ne sont pas toujours évidentes, et à l'époque j'avais moi-même du mal à saisir leur fonctionnement. Le cours avait été très théorique, expliquant qu'il fallait définir le mécanisme de récurrence et la séquence d'initialisation c'est à dire un événement vérifié qui permettait ensuite de dérouler nos conclusions à l'infini. Je connaissais bien ma théorie, mais j'avais du mal à l'assimiler. J'avais l'information mais je n'arrivais pas à en prendre connaissance. Je pouvais appliquer bêtement mais je passais à côté de la portée réelle de ce savoir et cela me laissait une impression d'occasion manquée dont je voulais me défaire.

Alors que j'étais en salle d'étude, je vis M. Suillereaux qui discutait avec le professeur de physique, Mme Boirier. J'attendis patiemment qu'elle parte après s'être une nouvelle fois moquée de la capacité presque artistique avec laquelle il recouvrait son pantalon de craie. Moqueur, je l'avais été moi aussi à l'époque, mais aujourd'hui je compatirais volontiers. J'interpellai mon professeur :

— « *M. Suillereaux ! Excusez-moi, je peux vous poser une question à propos de la leçon de mardi dernier ?* »

— ... (à l'époque c'était déjà la bonne réponse)

— « *Voilà, j'ai du mal à me représenter les phénomènes de récursivité et de récurrence.* » me lançais-je « *Je vois bien la théorie mais j'aurais aimé un exemple concret. Comment peut fonctionner quelque chose d'infini dont la définition se regarde le nombril ?* »

Nous étions près des fauteuils à côté du distributeur de café dans lequel il venait de glisser une pièce, juste avant que je l'interrompe dans cette routine. Alors, il s'était assis avec sur les lèvres un sourire de satisfaction que j'eus le tort de prendre pour un compliment, et un regard trahissant un profond plaisir. Il était tellement perdu dans ses pensées que j'eus la conviction d'être le seul de nous deux à avoir remarqué que la boisson qu'il avait machinalement commandée et finalement laissée sur le distributeur ne sentait pas le café mais le potage de tomates. S'il n'était pas rare de le voir perdu dans ses pensées et commettre de telles inattentions, là il était littéralement et soudainement complètement absent. Au bout d'une longue minute, et devant mon air interrogateur, il avait commencé ainsi :

— « *Le mot récurrence vient du latin *recurrens* qui signifie « qui revient en arrière ». Si vous avez cinq minutes, je vous raconte une histoire qui devrait vous faire comprendre la notion de récurrence.* »

— « *De toute façon j'ai loupé le bus de 18h.* » avais-je intelligemment répondu.

* * *

C'est une histoire vraie qui commence il y a maintenant quelques années. A l'époque j'étais élève au lycée. Mon professeur de mathématiques, Mme Sélanti était une dame sèche et droite. Mais la passion pour sa matière faisait briller ses yeux et plisser ses paupières à chaque nouveau résultat qu'elle présentait. C'est sans doute grâce à elle que je me suis passionné pour cette matière.

La notion de récurrence est difficile à appréhender ; j'avais saisi son fonctionnement théorique avec cette condition initiale et le mécanisme de répétition d'un rang à l'autre permettant de dérouler nos conclusions à l'infini mais j'avais besoin de... de l'éprouver. J'attendis patiemment qu'elle sorte le soir de la salle des professeurs.

— « Mme Sélanti ? ! » l'interpelai-je « *Je vous prie de m'excuser, mais j'ai beaucoup de difficultés à appréhender le concept de récurrence. Comment peut-on accepter une définition qui se mort la queue ad vitam æternam ?* »

Avec un de ses rares sourires et sous un regard encore plus pétillant qu'à l'ordinaire, elle m'avait invité à prendre un thé à une terrasse proche avec un engouement que je ne lui avais encore jamais vu. Je me souviens m'être demandé d'où venait cette énergie infinie qui semblait à cet instant l'animer. Devant mon attitude empruntée et mon expression décontenancée elle était finalement redescendue des hautes sphères de ses pensées et avait commencé notre conversation ainsi :

— « *Le mot récurrence vient du latin *recurrens* qui signifie « qui revient en arrière ». Si vous avez cinq minutes, je vous raconte une histoire qui devrait vous faire comprendre la notion de récurrence.* »

— « *Mon grand frère m'a prêté sa bicyclette à dynamo je peux rentrer un peu plus tard.* » avais-je confirmé dans un élan de motivation.

* * *

C'est une histoire vraie qui commence il y a maintenant quelques années. A l'époque j'étais élève à l'internat. Mon professeur de mathématiques, M. Polchau, était homme dont la petite taille ne lui permettait pas de remplir la partie haute du tableau, mais il était toujours transporté par ses exposés et explications, au point de ne pas réaliser que ses énormes favoris essayaient la craie du tableau lorsqu'il se déchaînait sur l'espace noir qui lui était accessible. Son excitation était contagieuse, et c'est sans doute grâce à lui que je me suis passionnée pour cette matière. En matière de pédagogie, je peux dire, pardonnez-moi pour ce trait facile, qu'il avait de la suite dans les idées. Ce jour-là, il avait redoublé d'efforts pour se blanchir les tempes et nous avions tous senti que les notions qu'il nous avait exposées revêtaient pour lui une élégance intellectuelle qui le ravissait. Ce fascinant professeur, qui semblait monté sur ressorts, nous avait notamment proposé deux façons de prouver la valeur de la somme des n premiers entiers : une monstration, c'est à dire une démonstration purement visuelle ou preuve sans mots, disposant deux fois la suite tête-bêche ; et

une démonstration par récurrence qui s'était révélée être un prétexte pour introduire le concept de récursivité.

Le bois des marches, des pupitres et des sièges de l'amphithéâtre craquait encore du passage de mes co-promotionnaires lorsqu'à la fin du cours je m'approchais de l'estrade.

— « Professeur Polchau ?! » l'interpelaï-je, « Je voudrais vous poser une question sur la deuxième partie du cours. »

— ...

Sur un tableau hissé par une poulie en haut du mur arrière de l'estrade, nous dominait encore la monstration de la somme des entiers. Je la pointais avant de reprendre :

$$\begin{array}{cccccccc} 1 & + & 2 & + & \dots & + & (n-1) & + & n \\ n & + & (n-1) & + & \dots & + & 2 & + & 1 \\ \hline (n+1) & + & (n+1) & + & \dots & + & (n+1) & + & (n+1) \end{array}$$

— « J'ai bien compris cette première preuve que vous nous avez donnée, cette monstration, mais pour la deuxième version, vous vous appuyez sur la notion de raisonnement par récurrence, c'est à dire un raisonnement qui étend à tous les termes d'une série, une relation vérifiée pour des termes initiaux. »

— ... (je n'obtins à ce point qu'un sourire sous un regard espiègle)

— « Intuitivement, je comprends que ce qui est récurrent est ce qui revient périodiquement. » repris-je en essayant de provoquer sa loquacité légendaire. « Mais, dans notre cas, vous dites qu'est récurrent ce qui revient en arrière vers son point de départ en utilisant à chaque étape une fonction d'un nombre déterminé d'étapes précédentes. » et je reformulais pour mieux souligner mon blocage « Ce principe semble à la fois remonter à la source mais aussi se propager à l'infini et je dois dire qu'à ce point, je suis perdu. J'ai du mal à saisir ce qui apparaît comme une construction spontanée se propageant instantanément vers le passé et le futur. ».

A mon grand étonnement, son bouillonnement coutumier l'avait quitté, il me regardait, inhabituellement apaisé, sans me voir, comme quelqu'un qui a trouvé dans l'instant présent une porte vers un souvenir et en avait franchi le seuil. J'étais embarrassée par le silence qui s'installait alors qu'il semblait s'être évadé au-delà de ce qui l'entourait, et en toute indifférence pour sa réalité, qu'il savourait ostensiblement un moment suspendu au mépris de mon attente. Je me raclai la gorge et obtins enfin une réaction.

— « *Le mot récurrence vient du latin *recurrens* qui signifie « qui revient en arrière ». Si vous avez cinq minutes, je vous raconte une histoire qui devrait vous faire comprendre la notion de récurrence.* »

— « *Je suis à l'internat. J'ai tout mon temps.* » l'avais-je rassuré.

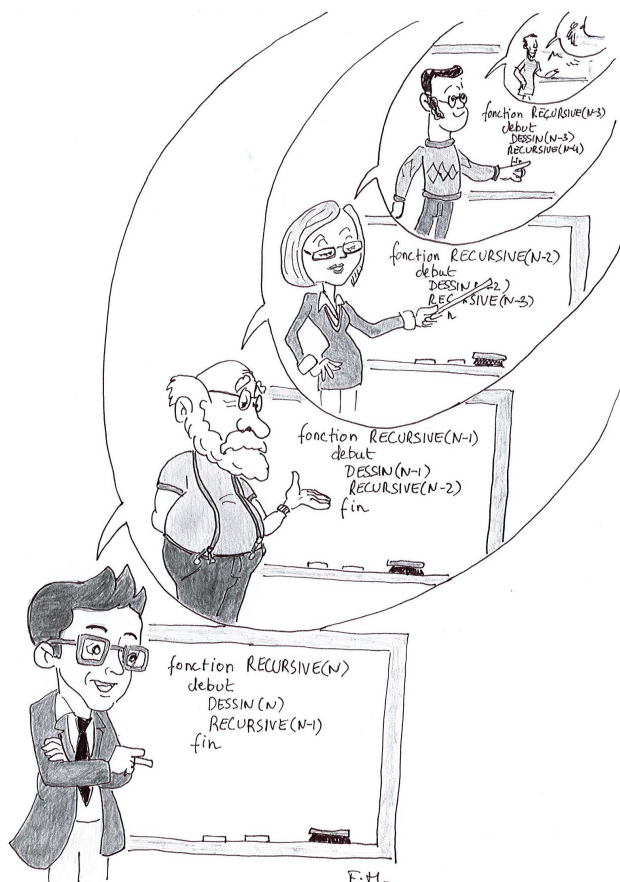
* * *

(...)

Remontée

* * *

Et ainsi de *suite*. Au terme où nous en sommes, vous devriez avoir compris. Assis dans ce rocking chair, le trône neuf d'un professeur d'informatique jeune retraité, ce qui m'amuse le plus dans l'histoire de ce souvenir, c'est que, pour une fois, ce n'est pas l'histoire en elle-même qui nous donne la clef. Ce n'est pas tant le contenu de l'histoire qui nous parle que sa forme qui nous explique. A une époque où tout peut se dire et n'importe comment, je trouverais juste de nous rappeler dans nos messages aux autres que nous devrions plus souvent mettre les formes si nous voulons qu'ils y donnent *suite*.



Être récursif, c'est en particulier pouvoir être, en théorie, répété un nombre infini de fois. Nous n'en aurons pas l'occasion ici, mais ce n'est pas grave puisque nous en connaissons l'essentiel : le terme courant et le principe. Nous pouvons continuer.

Qui était le premier à avoir de la suite dans les idées ? Qui était le hors série ? Zénon d'Élée ? Archimède ? Héron d'Alexandrie ? Pascal ? Roberval ? Bernoulli ? Newton ? Moivre ? Stirling ? Wallis ? Lagrange ? Ou Leonardo Pisano, plus connu sous le pseudonyme de Fibonacci ? Ou n'étaient-ils comme moi à leur époque que le terme suivant ? Peu importe.

Je prends ma retraite. Je viens à terme. Je ne suis plus qu'un des termes précédents et je ne verrai pas la *suite*.

Toutefois, dans la corbeille en osier à côté de mes pieds où s'entassaient les cartes de vœux collectées par mes collègues, il y en a une qui vient de quelque part en France et qui me touche beaucoup. Je l'ai reposée ouverte sur le dessus du tas et à chaque fois que le dossier balance vers l'avant je vois le petit mot manuscrit qu'elle porte :

— « *Je prends la suite. Serial teacher. Stéphanie.* »