



## Carré magique impossible ?

Jean-Paul Delahaye<sup>1</sup>

*La rubrique « Récréation informatique » propose une petite énigme algorithmique ou sur un thème de mathématiques discrètes susceptible d'intéresser un lecteur de 1024. La solution est donnée dans le numéro suivant.*

### Rappel et solution du problème précédent

#### LA DEUX-CENTIÈME DÉCIMALE

Déterminer le 200<sup>e</sup> chiffre décimal après la virgule du nombre  $(1 + \sqrt{2})^{1000}$ . Ce problème doit être résolu de tête, sans ordinateur, sans smartphone, sans papier.

SOLUTION.

Merci à Paul Zimmermann, David Renault, Eric Angel, Jean-Marc Delosme et Jean-Christophe Janodet pour leurs solutions.

$(1 + \sqrt{2})^{1000} + (1 - \sqrt{2})^{1000}$  est un entier, car quand on développe, tous les termes comportant  $\sqrt{2}$  s'annulent comme cela se passe pour :

$$(1 + \sqrt{2})^2 + (1 - \sqrt{2})^2 = 1 + 2\sqrt{2} + 2 + 1 - 2\sqrt{2} + 2 = 6.$$

1. Université de Lille 1, Sciences et Technologies, Centre de recherche en informatique signal et automatique de Lille (CRISAL), UMR 9189 CNRS, Bât M3-ext, 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex.  
E-mail : jean-paul.delahaye@univ-lille1.fr.

Or,  $(1 - \sqrt{2})^{1000}$  est très petit puisque c'est un nombre inférieur à  $1/2$  élevé à la puissance 1000. Précisément, en utilisant que  $2^{10} = 1024$  (Tiens, tiens... (N.D.E.)), on voit qu'il est inférieur à :

$$\frac{1}{2^{1000}} = \frac{1}{1024^{100}} < \frac{1}{(10^3)^{100}} = \frac{1}{10^{300}}.$$

Le nombre de l'énoncé est donc la différence entre un entier et un nombre plus petit que 0,000...0001 avec 300 zéros. Tous ses chiffres entre la virgule et le 300<sup>e</sup> chiffre après la virgule sont donc des '9'.

Ce problème provient d'une rubrique de problèmes de Elwyn Berlekamp et Joe Buhler parue dans le numéro d'automne 1999 du journal *Emissary* qui est le journal du MRS (*Mathematical Research Institute*) de Berkeley aux États-Unis.

## Nouveau problème

### CARRÉ MAGIQUE IMPOSSIBLE ?

Dans le dessin de ce célèbre carré magique, chaque alignement de trois pastilles contenant des nombres donne un total de 15. Il y a huit alignements possibles : trois horizontaux, trois verticaux, et deux diagonaux. L'énigme paradoxale inventée par Lee Sallows est la suivante : repositionner les pastilles, en plaçant toujours une pastille dans chaque case du tableau  $3 \times 3$ , de manière à ce qu'il y ait toujours huit alignements de trois pastilles, chacun donnant un total que cette fois on veut égal à 16.

|   |   |   |
|---|---|---|
| ⑧ | ① | ⑥ |
| ③ | ⑤ | ⑦ |
| ④ | ⑨ | ② |

La chose paraît impossible, puisqu'il semble que si c'est faisable avec une somme de 15, on ne peut certainement pas le faire avec une somme plus grande. Il y a pourtant une solution... et même plusieurs. Il n'y a aucune entourloupe, mais il faut remarquer qu'on ne dit pas que les pastilles doivent se trouver au centre de chaque case.

*Envoyez vos réponses à [jean-paul.delahaye@univ-lille1.fr](mailto:jean-paul.delahaye@univ-lille1.fr). Le nom des premiers lecteurs à me donner la bonne réponse (et à la justifier) seront mentionnés dans le prochain numéro de 1024.*