



Cinquante boîtes fermées

Jean-Paul Delahaye¹

La rubrique « Récréation informatique » propose une petite énigme algorithmique ou sur un thème de mathématiques discrètes susceptible d'intéresser un lecteur de 1024. La solution est donnée dans le numéro suivant.

Rappel et solution du problème précédent

MOINS DE 20 CARTES

Cent nombres différents sont écrits sur cent cartes différentes, qu'on dispose à plat sur une table en 10 lignes de 10 cartes. Dans chaque ligne et dans chaque colonne, les nombres sont classés par ordre croissant (de gauche à droite et de haut en bas). Les cartes ont été tournées et vous ne voyez donc pas les nombres qui y sont inscrits. Trouvez un algorithme qui, pour tout nombre donné, vous indique si oui ou non il est présent sur une des cent cartes, et cela en retournant moins de 20 cartes.

SOLUTION. Merci aux lecteurs qui m'ont fait parvenir des bonnes réponses. Ce sont dans l'ordre d'arrivée des messages : Arnaud Casteigts et Jérémie Decouchant.

On commence en retournant la carte en haut à droite. On en compare la valeur avec celle recherchée. Si c'est la bonne valeur, c'est terminé. Si la valeur recherchée est plus petite que celle de la carte retournée, la carte recherchée ne peut pas être dans la dernière colonne : on se déplace sur la carte à gauche de celle qu'on vient de retourner. Si la valeur recherchée est plus grande que celle de la carte retournée, la carte recherchée ne peut pas être dans la première ligne : on se déplace sur la carte

1. Université de Lille 1, Sciences et Technologies, Centre de recherche en informatique signal et automatique de Lille (CRISAL), UMR 9189 CNRS, Bât M3-ext, 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex. E-mail : jean-paul.delahaye@univ-lille1.fr.

juste en dessous de celle qu'on vient de retourner. On recommence alors l'opération. À chaque étape, on se déplace d'une case vers la gauche ou d'une case vers le bas, et tout ce qui se trouve à droite de la case active ou au-dessus ne peut contenir la carte recherchée. La plus longue série de cartes retournées quand on poursuit ce chemin en zigzag vers le bas à gauche en comporte 19. En retournant 19 cartes au plus, on est donc assuré, soit de trouver la carte recherchée si elle est présente, soit d'avoir la certitude qu'elle n'est pas parmi les cartes sur la table.

Nouveau Problème

CINQUANTE BOÎTES FERMÉES

Voici un problème extraordinaire tant il paraît impossible à résoudre.

Cinquante prisonniers ont l'opportunité d'être libérés tous ensemble s'ils réussissent la difficile épreuve suivante. Les gardiens de la prison écrivent les cinquante noms des prisonniers sur cinquante cartons placés dans cinquante boîtes fermées et alignées sur une grande table. Sans savoir ce qu'auront fait les prisonniers précédents, chaque prisonnier est conduit dans la salle où se trouve la table et doit ouvrir 25 des cinquante boîtes et y trouver son nom. L'épreuve n'est réussie que si chaque prisonnier trouve son nom. Avant que l'épreuve commence, les prisonniers peuvent échanger entre eux pour convenir d'une méthode, mais une fois l'épreuve commencée, ils n'ont plus aucun échange entre eux. Si chaque prisonnier procédait au hasard leur chance de réussir serait de

$$\frac{1}{2^{50}} = 8,881 \times 10^{-16},$$

ce qui est très très peu !

Ils peuvent faire beaucoup mieux et avoir une probabilité de réussite supérieure à 30 %. Comment ?

Envoyez vos réponses à jean-paul.delahaye@univ-lille1.fr. Le nom des premiers lecteurs à me donner la bonne réponse (et à la justifier) seront mentionnés dans le prochain numéro de 1024.