Un problème à résoudre de tête, et un autre pour faire rougir vos microprocesseurs

Jean-Paul Delahaye [1]

La rubrique récréation informatique aura une double fonction. D'une part, on y posera de petites énigmes algorithmiques ou liées aux aspects combinatoires de l'informatique dont la solution sera donnée dans le numéro suivant du bulletin... pour ceux qui ne les auront pas résolues. D'autre part on y soumettra des problèmes impliquant un vrai travail de programmation et conduisant sans doute parfois à de longs calculs... pour vos machines. Le but sera de résoudre un problème dont la solution n'est pas connue (voir un exemple plus bas), ou de battre un record. Les contributions des lecteurs seront cruciales pour cette seconde catégorie de problèmes.

Trouvez l'algo

La petite énigme que je soumets est due à John Conway, le fameux mathématicien inventeur du Jeu de la vie et de bien d'autres merveilles amusantes et sérieuses. Il paraît que cette énigme a le pouvoir de clouer sur leur chaise ceux qui cherchent à la résoudre, et qui y restent un long moment sans bouger.

Une liste de noms — longue mais finie — est lue à voix haute, certains noms sont répétés plusieurs fois. Vous écoutez cette liste, et votre mémoire assez limitée ne vous permet que de mémoriser un seul nom à la fois (que vous pouvez comparer à celui qui vient ensuite) et un entier qui peut vous servir de compteur (vous ne pouvez que l'augmenter ou le diminuer d'une unité à la fois). La liste lue comporte

1. Université des Sciences et Technologies de Lille, Laboratoire d'Informatique Fondamentale de Lille, UMR 8022 CNRS, Bât M3-ext, 59655 Villeneuve d'Ascq Cedex. E-mail : delahaye@lifl.fr.

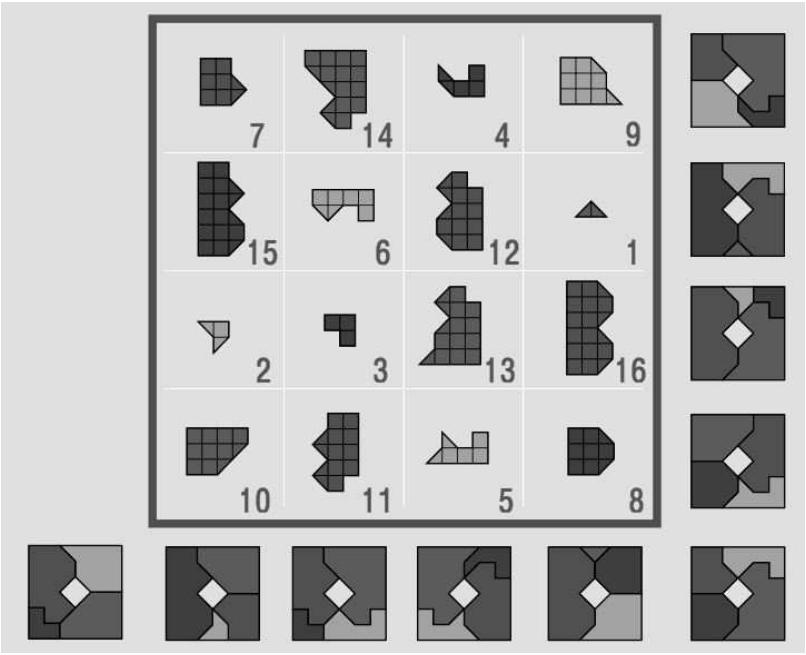
un nom majoritaire (il apparaît dans plus de la moitié des cas). Comment devez-vous procéder pour que lorsque la lecture se terminera vous sachiez quel est ce nom majoritaire ?

Et maintenant beaucoup plus difficile.

Carré géomagique

Lee Sallows a inventé une nouvelle catégorie d'objets combinatoires dont on n'a sans doute pas fini d'entendre parler : les carrés géomagiques [2].

Il s'agit de tableaux de formes géométriques toutes différentes qui — comme pour les carrés magiques — donnent toujours la même chose quand on additionne les éléments d'une ligne, d'une colonne ou d'une des deux diagonales. Le mot "additionner" voulant dire ici qu'on juxtapose les formes (sans recouvrement et en les retournant si nécessaire). Un exemple de carré géomagique d'ordre 4 fera comprendre l'idée.

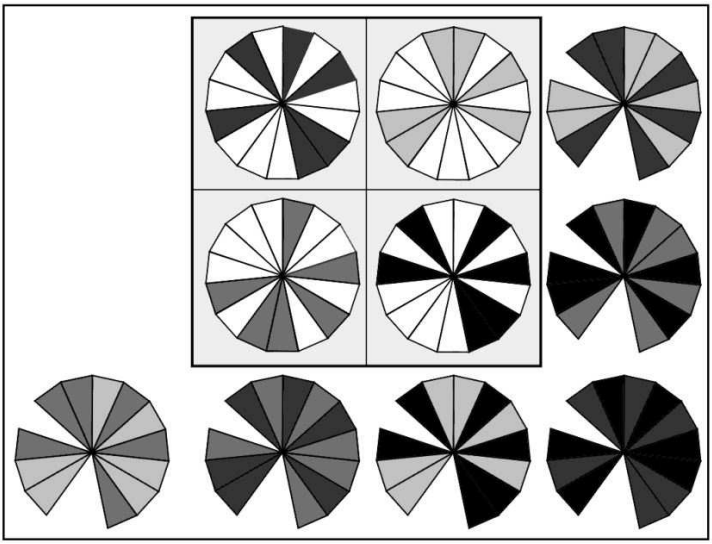


2. Voir : `http://www.geomagicsquares.com/` ou Lee Sallows, Geometric Magic Squares : A Challenging New Twist Using Colored Shapes Instead of Numbers, Dover Publications, 2013.

Il y a 16 formes différentes disposées dans une grille 4×4. Les quatre formes de la première ligne s'assemblent et donnent une forme assez simple (ici un carré troué par un carré plus petit tourné de 45° par rapport à l'horizontale). De même les quatre formes de la seconde ligne donne le même carré troué. Et c'est le cas encore pour les deux autres lignes, les 4 colonnes, et les deux diagonales. On remarque que lorsque les formes utilisées ont des aires différentes — c'est le cas ici — le tableau des aires est un carré magique. La condition que les aires soient différentes n'est pas dans la définition des carrés géomagiques qui exige seulement que les formes de base dans la grille soient deux à deux distinctes.

Contrairement aux carrés magiques qui n'existent qu'à partir de l'ordre 3 (comme on le démontre sans mal), il est possible de concevoir des carrés géomagiques d'ordre 2 : quatre figures différentes qui se recomposent en une même figure de 6 façons (deux lignes, deux colonnes, deux diagonales).

Il se trouve que les seules solutions trouvées sont des variantes évidentes de celle-ci :



Cette solution est assez insatisfaisante car les 4 figures de base sont "décomposées" (chacune est formée de plusieurs morceaux reliés par un seul point central). Il en va de même pour la figure "somme" qui est en deux morceaux.

Le problème — ouvert aujourd'hui — est :

existe-t-il quatre figures non décomposées constituant un carré géomagique d'ordre 2, ou au moins telles que la figure "somme" ne soit pas décomposée ?

Le problème est assez récent, il est donc possible qu'il existe une solution simple. À vos programmes ! Il se peut cependant qu'il n'y ait pas de solutions, mais alors on aimerait en avoir la démonstration.